

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Московской области

«Воскресенский колледж»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

к практическим занятиям по учебной дисциплине

ОП.10 СТАТИСТИКА

Наименование специальности

40.02.01 «Право и организация социального обеспечения»

Квалификация выпускника

ЮРИСТ

2020

Методические указания по выполнению практических занятий учебной дисциплины ОП.10 Статистика разработаны на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности (специальностям) среднего профессионального образования (далее - СПО) / профессии (профессиям) начального профессионального образования (далее - НПО) 40.02.01 Право и организация социального обеспечения

Составитель:

Деревицкая В.А.

, преподаватель экономических дисциплин
ГБПОУ МО «Воскресенский колледж»

Содержание

Введение	4
Практическая работа Группировка статистического материала.....	4
Практическая работа Построение и анализ таблиц и графиков.....	8
Практическая работа Определение абсолютных, относительных и средних статистических показателей.....	12
Практическая работа Расчет показателей в рядах динамики	19
Практическая работа Расчет индексов.....	26

Введение

Выполнение практических работ по дисциплине ОП.10 Статистика способствует закреплению студентами теоретических знаний, а также овладению методами практических расчетов статистических показателей, изучение которых предусмотрено рабочей программой дисциплины, разработанной в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования по специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения.

Решение статистических задач способствует формированию следующих общих и профессиональных компетенций: ОК2, ОК3, ОК4, ОК5, ПК 1.5.

В современном обществе статистика является одним из важнейших инструментов управления национальной экономикой. Развитие рыночных отношений в стране поставило перед статистикой новую задачу — реформирование общеметодологических и организационных основ статистической теории и практики.

Главная задача статистики — исчисление и анализ статистических показателей, благодаря чему органы управления получают всестороннюю характеристику управляемых объектов, будь то вся национальная экономика или отдельные ее отрасли, предприятия или их подразделения. Теория статистики, разрабатывающая общие принципы и методы статистического исследования общественных явлений, наиболее общие категории статистики, является учебной дисциплиной, формирующей необходимые профессиональные знания.

Выполнение заданий к практическим работам позволяет приобрести навыки аналитического исследования.

Целями выполнения практических работ для студентов является:

- 1) Обучающая – умение выполнять расчеты статистических показателей;
- 2) Развивающая - развитие логического мышления;
- 3) Воспитательная - формирование представлений о роли и назначении знания статистических показателей в будущей профессии.

Студенты решают задачи практических работ по вариантам, исходные данные для решения задач приведены в таблицах. Отчет по практической работе должен содержать:

- 1) Наименование темы работы;
- 2) Цель работы;
- 3) Содержание каждого задания или задачи;
- 4) Пояснения к выполняемым расчетам, необходимые формулы, которые должны быть расшифрованы, таблицы, выводы по выполненным расчетам.

Каждая практическая работа оформляется отдельным отчетом на листах формата А4 рукописно или с применением текстового процессора Microsoft Word, каждый отчет подшивается в общий скоросшиватель с титульным листом (приложение А).

Практическая работа Группировка статистического материала

Цель работы: получить практические навыки в составлении сводки и группировки данных, усвоить и закрепить методы обработки статистической

информации и сформировать общие и профессиональные компетенции: ОК2, ОК3, ОК4, ОК5, ПК 1.5.

Последовательность выполнения практической работы

1. Ознакомиться с рекомендациями по выполнению расчетов и с содержанием задач.
2. Уяснить, какие показатели необходимо определить.
3. Выполнить необходимые расчеты и оформить их с подробным объяснением.
4. По результатам расчетов сделать выводы.

Рекомендации по выполнению задания

1. Статистическая сводка – это комплекс последовательных операций по обобщению конкретных единичных фактов, образующих совокупность, для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом.
2. Группировка данных — это разделение множества единиц изучаемой совокупности на однородные группы по определенным существенным для них признакам.
3. Метод группировки основывается на двух категориях — группировочном признаке и интервале.
4. Группировочный признак — это признак, по которому происходит объединение отдельных единиц совокупности в однородные группы.
5. Для выполнения задания необходимо выделить группировочный признак, который будет положен в основание группировки.
6. Необходимо определить количество групп и величину интервала группировки. Если в основание группировки положен качественный признак, то групп будет столько, сколько существует градаций этого признака. Например, если в основание группировки рабочих предприятия положен группировочный признак – пол, то групп будет всего две: мужчины и женщины.

Если группировка проводится по количественному признаку, то:

а) в случае малой численности статистической совокупности (менее 30 единиц) целесообразно выделить три-четыре группы;

б) если изучаемая совокупность велика, то число групп определяется по формуле Стерджесса:

$$m = 1 + 3,322 \times \lg N ,$$

где N – количество единиц в изучаемой статистической совокупности.

7.Интервал – промежуток между максимальным и минимальным значениями признака в группе, который очерчивает ее количественные границы.

Величина интервалов в этом случае принимается равной для всех групп и определяется по формуле:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m},$$

где x_{\max} и x_{\min} – это максимальное и минимальное значения признака в совокупности;

m – число групп.

При этом следует соблюдать следующие *правила*:

- левая граница интервала формируется по принципу «включительно», а правая — «исключительно»;
- если значение признака совпадает с границами интервалов, то используются открытые интервалы.

8.В случае если в основание группировки положено несколько признаков, то необходимо привести описание того, как они комбинируются между собой.

9.Определяют статистические показатели, характеризующие каждую группу и всю совокупность в целом.

10.Результаты сводки и группировки излагают в табличном или графическом виде.

11. По числу группировочных признаков выделяют *простые* и *сложные* группировки. Разновидностью простой группировки являются ряды распределения.

Ряд распределения в статистике – это ряд цифровых показателей, представляющих распределение единиц совокупности по одному существенному признаку, значения которого расположены в определенной последовательности.

Ряд распределения включает два элемента:

1. варианты – значения признака;
2. частоты – это численность отдельных групп, т.е. числа, которые показывают, сколько раз данное значение признака встречается в исследуемой совокупности.

Сумма всех частот ряда называется его численностью или объемом распределения. В зависимости от признака, лежащего в основе ряда распределения, различают следующие их виды: атрибутивные и вариационные. Вариационные ряды в зависимости от характера вариации подразделяются на дискретные и интервальные.

Задание к практической работе

Задача 1

Пользуясь формулой Стерджесса, определите величину интервала группировки сотрудников фирмы по уровню доходов, если общая численность

1	5250	7410	14	4095	5460
2	4305	4680	15	2205	4602
3	3150	3120	16	3360	4602
4	5355	7020	17	2520	3978
5	4410	4992	18	3570	5226
6	4515	5304	19	2625	4212
7	3255	2730	20	1890	2418
8	3150	4524	21	4410	7800
9	2205	2964	22	3255	5304
10	3255	3822	23	3255	4836
11	2310	3042	24	4515	6552
12	3360	3510	25	2730	4680
13	3045	3432	26	2100	2262

Практическая работа Построение и анализ таблиц и графиков

Цель работы: получить практические навыки в построении и анализе таблиц и графиков, усвоить и закрепить методы обработки статистической информации и сформировать общие и профессиональные компетенции: ОК2, ОК3, ОК4, ОК5, ПК 1.5.

Последовательность выполнения практической работы

1. Ознакомиться с рекомендациями по выполнению расчетов и с содержанием задач.
2. Уяснить, какие показатели необходимо определить.
3. Выполнить необходимые расчеты и оформить их с подробным объяснением.
4. По результатам расчетов сделать выводы.

Рекомендации по выполнению задания

1. Статистическая таблица – это форма рационального и наглядного изложения цифровых данных, которая содержит сводную числовую характеристику исследуемой совокупности по одному или нескольким существенным признакам, взаимосвязанным логикой экономического анализа.

Внешне таблица представляет собой пересечение граф и строк, которые формируют ее макет (рис. 1).

Название таблицы
(общий заголовок)

Содержание строк	Название граф (верхние заголовки)					
А	1	2	3	4	5	...
Наименование строк (боковые заголовки)						
Итоговая строка						Итоговая графа

Рисунок 1 - Макет статистической таблицы

По логическому содержанию таблица представляет собой статистическое предложение, основными элементами которого являются подлежащее и сказуемое.

Подлежащее статистической таблицы – это объект изучения, характеризующийся цифрами. Обычно подлежащее таблицы дается в левой части, в наименовании строк.

Сказуемое статистической таблицы – это система показателей, которые характеризуют объект изучения, т.е. подлежащее таблицы. Сказуемое формирует верхние заголовки и составляет содержание граф.

В зависимости от структуры подлежащего различают статистические таблицы простые и сложные.

2.Графиками в статистике называют чертежи, в которых наглядные изображения статистических величин даются с помощью условных геометрических образов – точек, линий, фигур и т.п.

В статистическом графике различают следующие основные элементы: поле графика, графический образ, пространственные и масштабные ориентиры, экспликация графика.

Поле графика – это плоскость, на котором он выполняется (лист бумаги, магнитная лента, географическая карта, план местности и т.п.). Поле графика характеризуется его форматом, то есть размером и пропорциями (соотношениями сторон).

Графический образ – это совокупность точек, линий, фигур, с помощью которых на поле графика изображаются статистические данные.

Пространственные ориентиры определяют размещение графических образов на поле графика. Они задаются координатной сеткой или контурными линиями.

Масштабные ориентиры задаются масштабом и системой масштабных шкал.

Экспликация графика – это словесное пояснение его содержания. Оно включает в себя название графика, надписи вдоль масштабных шкал, пояснения к отдельным частям графика (легенда).

По способу построения графики подразделяются на диаграммы и статистические карты (рис. 2).

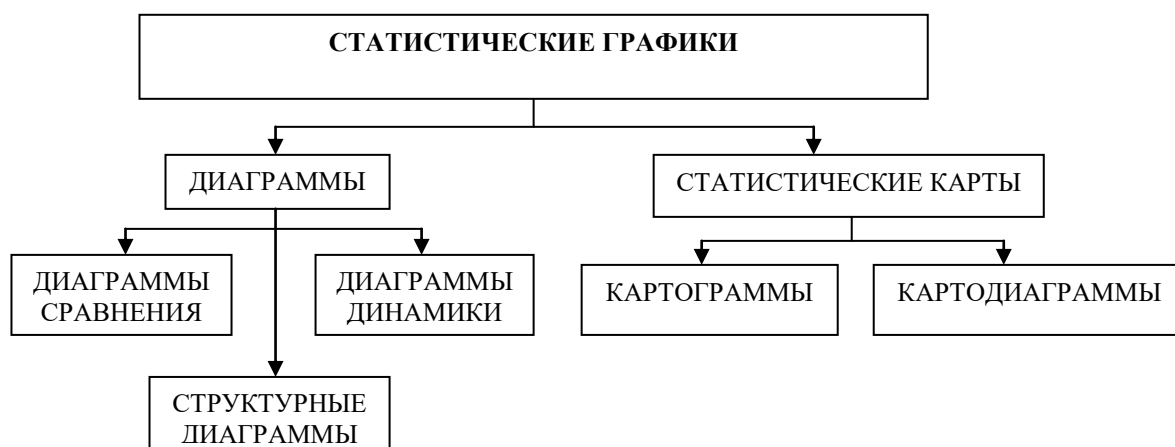


Рисунок 2 - Статистические графики по способу построения

3. Пример построения аналитической группировки данных.

Принимаем величину уставного капитала банка за факторный признак, а работающие активы – за результативный признак.

Разработаем сводную аналитическую таблицу для выявления взаимосвязи между величиной уставного капитала и размером работающих активов банка:

Группы банков по величине уставного капитала, млрд. руб.	Число банков, ед.	Уставный капитал, млрд. руб.		Работающие активы, млрд. руб.	
		всего	в среднем на 1 банк	всего	в среднем на 1 банк
1. 2,1 – 7,1	10	38,5	3,9	97,0	9,7
2. 7,1 – 12,1	5	42,4	8,5	106,7	21,3
3. 12,1 – 17,1	2	26,0	13,0	86,1	43,1
4. 17,1 – 22,1	3	58,3	19,4	219,4	71,1
Всего	20	165,2	-	509,2	-
В среднем на 1 банк	-	-	8,3	-	25,5

Вывод: построенная аналитическая группировка банков по величине уставного капитала показывает, что с увеличением размера уставного капитала увеличиваются и средние размеры работающих активов, т.е. между рассматриваемыми признаками существует прямая зависимость.

Задание к практической работе

Задача 1 (варианты 1,3,5,7,9,11)

Известны следующие данные о рабочих цеха:

Номер рабочего	Тарифный разряд	Специальность
1	5	токарь
2	4	слесарь
3	4	токарь
4	5	слесарь
5	4	токарь
6	5	токарь
7	6	токарь
8	6	токарь
9	7	слесарь
10	7	токарь

1. Постройте ряд распределения рабочих по тарифному разряду, и изобразите его в виде полигона распределения.

2. Постройте ряд распределения рабочих по специальности, изобразите полученные данные в виде квадратной диаграммы.

3. Определите вид построенных рядов распределения.

Результаты представьте в таблице. Дайте анализ показателей и сделайте выводы.

Задача 1 (варианты 2,4,6,8,10,12)

По данным о размере жилой площади, приходящейся на 1 человека, по двум районам города в 2017 году произведите перегруппировку, взяв за основу группы семей во 2^{ом} регионе. Сделайте выводы.

I район	II район
---------	----------

Группы семей по размеру жилой площади, приходящейся на 1 чел. (в м ²)	Доля семей в % к итогу	Группы семей по размеру жилой площади, приходящейся на 1 чел. (в м ²)	Доля семей в % к итогу
До 5	3,6	До 5	6,2
5 – 6	11,4	5 – 8	46,3
6 – 8	19,4	8 – 14	28,5
8 – 10	17,8	14 и более	19,0
10 – 12	20,0		
12 – 14	11,1		
14 – 20	13,0		
20 и более	3,7		
Итого	100,0		100,0

Задача 2 (варианты 1,3,5,7,9,11)

Постройте группировку численности безработных двух регионов по полу и возрасту (в % к итогу) с целью приведения их к сопоставимому виду. Сделайте сравнительный анализ результатов. Представьте результаты в графическом виде.

Регион 1				Регион 2			
Группы безработных, лет	Всего	В том числе		Группы безработных, лет	Всего	В том числе	
		Жен.	Муж.			Жен.	Муж.
15-19	11,8	14,2	9,5	До 20	12,0	13,7	10,2
20-24	6,0	15,2	17,2	20-30	35,5	37,2	39,7
25-29	12,3	10,9	11,8	30-40	26,2	24,5	24,6
30-49	17,7	48,1	48,8	40-50	14,0	14,6	15,5
50-54	35,2	5,3	5,0	50 и более	12,3	10,0	10,0
55-59	14,9	4,2	5,5				
60 и старше	2,1	2,1	2,2				
Итого	100,0	100,0	100,0	Итого	100,0	100,0	100,0

Задача 1 (варианты 2,4,6,8,10,12)

По предприятиям, выпускающим прикладное программное обеспечение для компьютеров, имеются следующие данные за отчетный год.

№ предприятия	Объем продукции, млн. руб.	Фонд заработной платы, млн. руб.	№ предприятия	Объем продукции, млн. руб.	Фонд заработной платы, млн. руб.
1	12,4	1,98	9	11,0	1,77
2	25,6	3,84	10	25,3	4,09
3	19,0	3,13	11	18,5	3,07
4	18,5	3,14	12	14,8	2,32
5	4,02	5,64	13	16,3	2,70
6	11,5	1,96	14	20,2	3,22

7	10,0	1.72	15	13,4	2,19
8	35,0	4.97	16	37,2	5,18

Требуется:

- 1) сгруппировать предприятия по объему выработанной продукции, выделив три группы (интервалы группировки разработать самостоятельно);
- 2) определить по каждой группе число предприятий, объем продукции, фонд заработной платы, размер заработной платы (тыс. руб.) на 1 млн. руб. объема продукции;
- 3) оформить решение в виде статистической таблицы. Сформулируйте вывод.

Практическая работа Определение абсолютных, относительных и средних статистических показателей

Цель работы: усвоить и закрепить материал по теме, научиться преобразовывать исходные данные в обобщающие показатели, усвоить и закрепить методы обработки статистической информации и сформировать общие и профессиональные компетенции: ОК2, ОК3, ОК4, ОК5, ПК 1.5.

Последовательность выполнения практической работы

1. Ознакомиться с рекомендациями по выполнению расчетов и с содержанием задач.
2. Уяснить, какие показатели необходимо определить.
3. Выполнить необходимые расчеты и оформить их с подробным объяснением.
4. По результатам расчетов сделать выводы.

Рекомендации по выполнению задания

1. Сводка статистических данных всегда завершается расчетом и анализом статистических показателей, в которых отражаются результаты исследования количественной стороны массовых общественных явлений.

Статистический показатель – это количественная характеристика социально-экономических явлений и процессов в условиях качественной определенности, т. е. он непосредственно связан с внутренним содержанием изучаемого явления или процесса, его сущностью.

По форме выражения выделяют: абсолютные, относительные и средние показатели.

2. Абсолютные показатели – это показатели, характеризующие абсолютные размеры изучаемых статистикой процессов и явлений в конкретных условиях места и времени: массу, площадь, объем, протяженность; отражают временные характеристики, а также могут представлять объем совокупности, т.е. число составляющих ее единиц.

В статистике различают два вида абсолютных величин: индивидуальные и суммарные.

Индивидуальные абсолютные величины характеризуют размеры признака у отдельных единиц совокупности, которые получают непосредственно в процессе статистического наблюдения, например, размер заработной платы отдельного работника, величина уставного капитала банка и т.д.

Суммарные абсолютные величины характеризуют итоговую величину признака по определенной совокупности объектов, охваченным статистическим наблюдением, например, численность студентов г. Москвы.

3. Абсолютные статистические показатели всегда являются именованными числами. В зависимости от социально-экономической сущности исследуемых явлений абсолютные показатели могут быть выражены в натуральных, стоимостных и трудовых единицах измерения.

Натуральные единицы измерения в свою очередь могут быть:

- простыми (тонны, килограммы, унции, квадратные, кубические и простые метры, мили, километры, галлоны, литры, миллилитры, декалитры (1дкл = 10л), гектолитры (1гкл = 100л), штуки, караты и т.д.);

- сложными – представляют собой произведение двух простых единиц измерения (например, показатели грузооборота и пассажирооборота оцениваются соответственно в тонно-километрах и пассажиро-километрах, производство электроэнергии измеряется в киловатт-часах, и т.д.).

В группу натуральных также входят условно-натуральные измерители, используемые, когда какой-либо продукт имеет несколько разновидностей и общий объем можно определить только исходя из общего для всех потребительского свойства.

Для определения объема продукции в условно-натуральных единицах измерения ($Q_{УСЛ. НАТ.}$) следует объем продукции в натуральных единицах измерения ($q_{НАТ}$) умножить на коэффициент пересчета ($K_{ПЕРЕСЧ}$):

$$Q_{УСЛ. НАТ.} = q_{НАТ} * K_{ПЕРЕСЧ}$$

Коэффициент пересчета определяется отношением

$$K_{пересч} = \frac{\text{Потребительское значение данного продукта}}{\text{Потребительское значение условного продукта}}$$

Стоимостные единицы измерения дают денежную оценку социально-экономическим явлениям и процессам. Например, стоимостные единицы часто используются для выражения объема разнородной продукции в стоимостной форме (валовой выпуск продукции).

Трудовые единицы измерения позволяют учитывать как общие затраты труда на предприятии, так и трудоемкость отдельных операций (человеко-дни и человеко-часы).

4. Пример. В отчетном периоде предприятиями консервной промышленности района произведено продукции:

Наименование	Масса/объем банки	Кол-во банок, тыс. шт.
Соус томатный	535г	120
Икра кабачковая	510г	150
Огурцы маринованные	1000см ³	300
Свинина тушеная	800см ³	200
Молоко сгущенное	400г	500

Определить общий объем производства консервов в отчетном периоде.

Решение

В данном случае консервы имеют разные единицы измерения, поэтому для определения их общего объема необходимо перевести весь выпуск консервов в условные банки массой 400 г или объемом 353,4 см³. Тогда получим:

- соус томатный: (535 : 400) * 120 = 161 (усл. банок)
 - икра кабачковая: (510 : 400) * 150 = 191 (усл. банок)
 - огурцы маринованные: (1000 : 353,4) * 300 = 849 (усл. банок)
 - свинина тушеная: (800 : 353,4) * 200 = 453 (усл. банок)
 - молоко сгущенное: (400 : 400) * 500 = 500 (усл. банок)
- Общий выпуск: 161 + 191 + 849 + 453 + 500 = 2154 (усл. банок)

5. Относительный показатель – это обобщающий показатель, который представляет собой результат деления одного абсолютного показателя на другой и выражает соотношение между количественными характеристиками социально-экономических процессов и явлений:

$$\text{Относительный показатель} = \frac{\text{текущий / сравниваемый показатель} \cdot 1}{\text{Абс. показатель} \cdot 2}$$

основание / база сравнения

Все используемые на практике относительные статистические показатели можно разделить на следующие виды (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Относительный показатель динамики (ОПД)	$\text{ОПД} = \frac{\text{Текущий показатель}}{\text{Предыдущий / базисный показатель}}$
Относительный показатель планового задания (ОППЗ)	$\text{ОППЗ} = \frac{y_{пл}}{y_0} \times 100\%$ <p>где $y_{пл}$ — уровень, запланированный на будущий период; y_0 — уровень, фактически сложившейся в прошлом.</p>
Относительный показатель реализации плана (ОПРП)	$\text{ОПРП} = \frac{y_1}{y_{пл}} \times 100\%$ <p>где y_1 — фактически достигнутый уровень в текущем периоде; $y_{пл}$ — уровень, запланированный на этот же период. Между относительными показателями планового задания, реализации плана и динамики существует следующая взаимосвязь: $\text{ОППЗ} \times \text{ОПРП} = \text{ОПД}$.</p>
Относительный показатель структуры (ОПС)	$\text{ОПС} = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности}}$
Относительные показатели координации (ОПК)	$\text{ОПК} = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности, выбранную базой сравнения}}$
Относительный показатель интенсивности (ОПИ)	$\text{ОПИ} = \frac{\text{Показатель, характеризующий явление} \cdot A}{\text{Показатель, характеризующий среду распространения явления} \cdot A}$
Относительный показатель сравнения (ОПСр)	$\text{ОПСр} = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект} \cdot A}{\text{Показатель, характеризующий объект} \cdot B}$

5. Пример. На основе следующих данных определите различные виды относительных показателей, характеризующих производство зерна в фермерском хозяйстве.

Периоды	Посевная площадь, га		Валовой сбор зерна, т	
	всего	в том числе зерновых	план	факт
Базисный	470	240	310	390
Отчетный	585	234	400	430

Решение

1. Относительный показатель планового задания:

$$ОППЗ = \frac{y_{пл}}{y_0} \times 100\% = \frac{400}{390} \times 100\% = 102,5\%, \text{ т.е. фермерское хозяйство}$$

запланировало увеличить валовой сбор зерна на 2,5% по сравнению с фактически достигнутым уровнем базисного периода.

2. Относительный показатель выполнения плана:

$$ОППП = \frac{y_1}{y_{пл}} \times 100\% = \frac{430}{400} \times 100\% = 107,5\%, \text{ т.е. план по производству зерна}$$

в фермерском хозяйстве был перевыполнен на 7,5%.

3. Относительный показатель динамики:

$$ОПД = \frac{\text{Текущий показатель}}{\text{Предыдущий / базисный показатель}} = \frac{430}{390} = 1,102 \text{ или } 110,2\%, \text{ т.е.}$$

валовой сбор зерна в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличился на 10,2%.

4. Относительный показатель структуры:

$$ОПС = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности}}$$

$$\text{для базисного периода: } ОПС = \frac{240}{470} \times 100\% = 51,06\%, \text{ т.е. в базисном периоде}$$

зерновые занимали 51,06% от всей посевной площади;

$$\text{для отчетного периода: } ОПС = \frac{234}{585} \times 100\% = 40,0\%, \text{ т.е. в отчетном периоде}$$

доля зерновых снизилась до 40% от общей площади.

5. Относительный показатель интенсивности:

$$ОПИ = \frac{\text{Показатель, характеризующий явление} \cdot A}{\text{Показатель, характеризующий среду} \cdot \text{распространения} \cdot \text{явления} \cdot A}$$

данном случае означает урожайность зерновых культур.

$$\text{в базисном периоде: } ОПИ = \frac{390}{240} = 1,63 \text{ (т/га);}$$

$$\text{в отчетном периоде: } ОПИ = \frac{430}{234} = 1,84 \text{ (т/га).}$$

6. Средняя величина – это обобщающий показатель, характеризующий типичный уровень варьирующего признака в расчете на единицу однородной совокупности в конкретных условиях места и времени.

Средняя величина всегда именованная, она имеет ту же единицу измерения, что и признак у отдельных единиц совокупности.

В статистике применяют две категории средних: *степенные* и *структурные*.

7. Степенные средние в зависимости от представления исходных данных могут быть простыми и взвешенными.

Простая средняя вычисляется по несгруппированным данным и имеет следующий вид:

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X_i^m}{n}},$$

где x_i – значение признака для единицы совокупности i ,

m – показатель степени средней,

n – число единиц совокупности.

Взвешенная средняя вычисляется по сгруппированным данным и имеет вид:

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X_i^m * f_i}{\sum f_i}},$$

где x_i – значение признака для единицы совокупности i ,

m – показатель степени средней,

f_i – частота, показывающая, сколько раз встречается i -е значение признака.

Формулы расчета степенных средних имеют общий показатель степени m .

7.1 В зависимости от того, какое значение он принимает, различают следующие **виды степенных средних**:

Средняя арифметическая ($m=1$) – наиболее распространенный вид средней.

<i>простая</i>	<i>взвешенная</i>
$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{X} = \frac{\sum x * f}{\sum f}$

Примечание. Если значения осредняемого признака заданы в виде интервалов, то при расчете средней арифметической величины в качестве значений признаков в группах принимают середины этих интервалов, в результате чего образуется дискретный ряд. При этом величины открытых интервалов условно приравниваются к интервалам, примыкающим к ним.

Свойства средней арифметической:

а) если все индивидуальные значения признака (все варианты) уменьшить или увеличить в m раз, то среднее значение соответственно уменьшится или увеличится в m раз.

б) если все варианты осредняемого признака уменьшить или увеличить на число A , то средняя арифметическая соответственно уменьшится или увеличится на это же число A .

в) если частоты (веса) всех осредняемых вариантов уменьшить или увеличить в k раз, то средняя арифметическая не изменится.

7.2 Средняя гармоническая ($m=-1$) – является величиной обратной для средней арифметической и применяется, когда статистическая информация не

содержит частот по отдельным вариантам совокупности, а представлена как их произведение xf .

<i>простая</i>	<i>взвешенная</i>
$\bar{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	$\bar{X} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$, где $w = xf$

7.3 Средняя геометрическая (m=0) – применяется для определения средней по значениям, имеющим большой разброс, либо в случаях определения средней величины по относительным показателям, например, среднегодовых темпов роста в рядах динамики, где индивидуальные значения признака представляют собой коэффициенты роста:

<i>простая</i>	<i>взвешенная</i>
$\bar{X} = \sqrt[n]{\prod x}$	$\bar{X} = \sqrt[\sum f]{\prod x^f}$

7.4 Средняя квадратическая (m=2) – применяется, когда требуется определить средний размер признака, выраженный в квадратных единицах измерения (для вычисления средней стороны квадратных участков) или при расчете среднего квадратического отклонения, являющегося одним из показателей вариации признаков:

<i>простая</i>	<i>взвешенная</i>
$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum x^2 * f}{\sum f}}$

Если рассчитать все виды средних для одних и тех же исходных данных, то их значения окажутся неодинаковыми, т. к. здесь действует **правило мажорантности средних**: чем больше показатель m , тем больше средняя величина:

$$\bar{X}_{гарм} \leq \bar{X}_{геом} \leq \bar{X}_{арифм} \leq \bar{X}_{квдр} \leq \bar{X}_{куб}$$

8. Пример 1. Известны следующие данные о реализации товара на рынках города:

Товар	Рынок 1		Рынок 2	
	цена за 1 кг, руб.	количество, т	цена за 1 кг, руб.	стоимость реализованных товаров, тыс. руб.
1	15	2500	23	73600
2	20	3000	13	33800

Определить среднюю цену реализации товаров на каждом рынке отдельно.

Решение

1. Определим среднюю цену реализации товаров на первом рынке. Т.к. данные уже сгруппированы, то используем формулу средней арифметической взвешенной, где x – цена товара, руб.; f – количество проданных товаров, т.

$$\bar{x} = \frac{\sum x \times f}{\sum f} = \frac{15 \times 2500 + 20 \times 3000}{2500 + 3000} = 17,73 \quad (\text{руб.})$$

2. Определим среднюю цену реализации товаров на втором рынке. В данном случае отсутствуют частоты ряда (f), т.е. количество реализованных товаров, но известна их стоимость (w = xf), тогда для определения средней цены используем формулу средней гармонической:

$$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}} = \frac{73600 + 33800}{\frac{73600}{23} + \frac{33800}{13}} = \frac{107400}{3200 + 2600} = 18,52 \quad (\text{руб.})$$

Задание к практической работе

Задача 1 (вариант 1,3,5,7,9,11)

Известны следующие данные об ассортименте продукции одного из предприятий:

Ассортимент продукции	Объем продаж, тонн		Цена 1 тонны, тыс. руб.	
	план	факт	план	факт
<i>I</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
Крекер Фигурный	237,6	286,2	15,15	16,64
Крекер «С луком»	256	349	15,09	15,7
Крекер «С беконом»	259	286	15,19	16,65
Крекер «Нежный»	204	378	15,26	16,58
Крекер «Крошечный»	275	258	14,06	15,4
Крекер «Крошечный с маком»	203	371	14,23	15,64
Крекер «Крошечный с солью»	146	329	15,12	16,72
Прочие виды крекера	534,6	655,2	16,79	17,65
Печенье «Сластена»	170,4	211,6	16,41	17,45
Печенье «Мария»	350	276	16,24	17,75
Печенье «Сладкоужка»	187	54	16,4	18,8
Прочие виды	136	96	16,53	17,03

1. Определить абсолютное отклонение стоимости продукции от плана и процент выполнения плана по стоимости продукции для отдельных ее видов.
2. Определить относительные показатели структуры выпуска продукции по плану и фактически.
3. Определить среднюю цену единицы продукции по плану и фактически
4. Сделать выводы.

Задача 2 (вариант 1,3,5,7,9,11)

Определить средний расход сырья в базисном и отчетном периоде, обосновать выбор формулы средней величины.

Предприятие	Базисный период		Отчетный период	
	Расход сырья на 1 т, кг	Выпуск продукции, т	Расход сырья на 1 т, кг	Общий расход сырья, кг
1	520	800	500	445000

2	550	900	530	503500
3	570	1050	610	640580

Задача 1 (вариант 2,4,6,8,10,12)

На основе исходных данных о выпуске продукции 3-х цехов определить:

- относительную величину динамики по производству продукции в целом,
- рассчитать среднегодовой темп роста выпуска продукции по каждому цеху,
- определить средний выпуск продукции в год по каждому цеху.

Месяц	Объем продаж, тысяч штук.		
	Цех №1	Цех №2	Цех №3
Январь	23213	23677	23204
Февраль	24403	24891	24393
Март	33926	34605	33912
Апрель	35414	36122	35400
Май	37498	38248	37483
Июнь	41069	41890	41053
Июль	37795	38551	37780
Август	35414	36122	35400
Сентябрь	28867	29444	28855
Октябрь	23213	23677	23204
Ноябрь	24403	24891	24393
Декабрь	33926	34605	33912

Задача 2(вариант 2,4,6,8,10,12)

Выпуск продукции двумя цехами предприятиями характеризуется следующими данными:

Предприятие	2016		2017	
	удельный вес продукции I сорта, %	стоимость продукции I сорта, млн. руб.	удельный вес продукции I сорта, %	стоимость всей произведенной продукции, млн. руб.
1	92	130,2	95	153,7
2	80	67,5	82	65,4

Определите в целом по предприятию средний удельный вес продукции I сорт

Практическая работа Расчет показателей в рядах динамики

Цель работы: получить практические навыки проведению анализа рядов динамики, усвоить и закрепить методы обработки статистической информации и сформировать общие и профессиональные компетенции: ОК2, ОК3, ОК4, ОК5, ПК 1.5.

Последовательность выполнения практической работы

1. Ознакомиться с рекомендациями по выполнению расчетов и с содержанием задач.

2. Уяснить, какие показатели необходимо определить.
3. Выполнить необходимые расчеты и оформить их с подробным объяснением.
4. По результатам расчетов сделать выводы.

Рекомендации по выполнению задания

1. Процесс развития социально-экономических явлений во времени в статистике принято называть *динамикой*. Для отображения динамики явлений строят *ряды динамики*.

Ряд динамики – это последовательность изменяющихся во времени значений статистического показателя, расположенных в хронологическом порядке.

Ряд динамики состоит из 2 элементов:

- конкретных значений показателей или уровней ряда (y),
- периодов или моментов времени (t).

2. Виды рядов динамики

1). По форме представления уровней ряды динамики делятся на *ряды абсолютных, относительных и средних величин*.

2). По времени различают *моментные* и *интервальные* ряды динамики.

3). По расстоянию между датами или интервалам времени выделяют ряды динамики *с равноотстоящими уровнями* (даты регистрации следуют друг за другом с равными интервалами) и *неравноотстоящими уровнями* во времени (если в рядах даются прерывающиеся периоды или неравномерные промежутки между датами).

4). В зависимости от наличия основной тенденции изучаемого процесса ряды динамики подразделяются на *стационарные* и *нестационарные*.

5). По числу показателей можно выделить *изолированные* (во времени ведется анализ одного признака) и *комплексные* (многомерные) ряды динамики.

Для количественной оценки динамики проводят расчет аналитических показателей динамики (табл. 5.1).

В основе расчета показателей ряда динамики лежит сравнительный анализ уровней ряда либо с постоянной, либо с переменной базой сравнения. При постоянной базе сравнения каждый уровень ряда сравнивается с одним и тем же показателем (уровнем), принятым за базу сравнения (y_0). В этом случае получают *базисные показатели*. При переменной базе сравнения каждый уровень ряда сравнивают с предыдущим уровнем (y_{i-1}) получают *цепные показатели*.

Таблица 5.1 – Показатели динамики

Показатель динамики	Формулы расчета		Взаимосвязь показателей
	<i>базисные</i>	<i>цепные</i>	
<i>Абсолютный прирост</i>	$\Delta y_{\text{бi}} = y_i - y_0$	$\Delta y_{\text{ци}} = y_i - y_{i-1}$	$\Delta y_{\text{бн}} = \sum y_{\text{ци}}$
<i>Темп роста</i>	$T_{\text{рбi}} = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100\%$	$T_{\text{рци}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%$	$k_{\text{рбн}} = \prod k_{\text{рци}}$

			$\bar{T}_{pci} = \sqrt[n]{\prod k_{pci}} \times 100\%$
Темп прироста	$\Delta T_{p\bar{b}i} = T_{p\bar{b}i} - 100\%$ или $\Delta T_{p\bar{b}i} = \frac{\Delta y_{\bar{b}i}}{y_0}$	$\Delta T_{pci} = T_{pci} - 100\%$ или $\Delta T_{pci} = \frac{\Delta y_{ci}}{y_{i-1}}$	$\Delta \bar{T}_p = \bar{T}_p - 100\%$
Темп наращивания	$T_{ni} = \frac{\Delta y_{ci}}{y_0} \cdot 100\%$	—	—
Абсолютное значение одного процента прироста	—	$a = \frac{y_{i-1}}{100\%}$	—

3. Средний уровень ряда динамики – характеризует обобщенную величину абсолютных уровней.

Методы расчета среднего уровня интервального и моментного рядов динамики различны.

Для интервальных рядов динамики средний уровень за период времени определяется по формуле средней арифметической:

а) при равных интервалах применяется средняя арифметическая простая:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}$$

б) при неравных интервалах применяется средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i} = \frac{y_1 t_1 + y_2 t_2 + \dots + y_n t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$$

Средний уровень моментного ряда динамики с равноотстоящими датами определяется по формуле средней хронологической простой:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n}{n-1}$$

Для моментных рядов с неравноотстоящими датами расчет среднего уровня ряда производится по формуле средней хронологической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2(t_1 + t_2 + \dots + t_{n-1})}$$

4.Пример.

Выпуск продукции на предприятии характеризуется следующими данными:

Показатель	январь	февраль	март	апрель	май	июнь
Выпуск продукции, т	206,4	208,3	210,2	211,5	213,4	217,3

1. Определить все аналитические показатели ряда динамики.
2. Проверить взаимосвязь цепных и базисных показателей.

3. Привести графическое изображение динамики производственной мощности.

Решение

1. а) Абсолютный прирост:

цепные

$$\Delta y_1 = y_1 - y_0 = 208,3 - 206,4 = 1,9(m)$$

$$\Delta y_2 = y_2 - y_1 = 210,2 - 208,3 = 1,9(m)$$

$$\Delta y_3 = y_3 - y_2 = 211,5 - 210,2 = 1,3(m)$$

$$\Delta y_4 = y_4 - y_3 = 213,4 - 211,5 = 1,9(m)$$

$$\Delta y_5 = y_5 - y_4 = 217,3 - 213,4 = 3,9(m)$$

базисные

$$\Delta y_1 = y_1 - y_0 = 208,3 - 206,4 = 1,9(m)$$

$$\Delta y_2 = y_2 - y_0 = 210,2 - 206,4 = 3,8(m)$$

$$\Delta y_3 = y_3 - y_0 = 211,5 - 206,4 = 5,1(m)$$

$$\Delta y_4 = y_4 - y_0 = 213,4 - 206,4 = 7,0(m)$$

$$\Delta y_5 = y_5 - y_0 = 217,3 - 206,4 = 10,9(m)$$

б) Темп роста:

базисные

$$T_{pb1} = \frac{y_1}{y_0} \cdot 100\% = \frac{208,3}{206,4} \cdot 100\% = 100,9\%$$

$$T_{pb2} = \frac{y_2}{y_0} \cdot 100\% = \frac{210,2}{206,4} \cdot 100\% = 101,8\%$$

$$T_{pb3} = \frac{211,5}{206,4} \cdot 100\% = 102,5\%$$

$$T_{pb4} = \frac{213,4}{206,4} \cdot 100\% = 103,4\%$$

$$T_{pb5} = \frac{217,3}{206,4} \cdot 100\% = 105,3\%$$

цепные

$$T_{pc1} = \frac{y_1}{y_0} \cdot 100\% = \frac{208,3}{206,4} \cdot 100\% = 100,9\%$$

$$T_{pc2} = \frac{y_2}{y_1} \cdot 100\% = \frac{210,2}{208,3} \cdot 100\% = 100,9\%$$

$$T_{pc3} = \frac{211,5}{210,2} \cdot 100\% = 100,6\%$$

$$T_{pc4} = \frac{213,4}{211,5} \cdot 100\% = 100,9\%$$

$$T_{pc5} = \frac{217,3}{213,4} \cdot 100\% = 101,8\%$$

в) Темп прироста:

базисные

$$\Delta T_{pb} = T_{pb} - 100\%$$

$$\Delta T_{pb1} = 100,9 - 100 = 0,9\%$$

$$\Delta T_{pb2} = 101,8 - 100 = 1,8\%$$

$$\Delta T_{pb3} = 102,5 - 100 = 2,5\%$$

$$\Delta T_{pb4} = 103,4 - 100 = 3,4\%$$

$$\Delta T_{pb5} = 105,3 - 100 = 5,3\%$$

цепные

$$\Delta T_{pc} = T_{pc} - 100\%$$

$$\Delta T_{pc1} = 100,9 - 100 = 0,9\%$$

$$\Delta T_{pc2} = 100,9 - 100 = 0,9\%$$

$$\Delta T_{pc3} = 100,6 - 100 = 0,6\%$$

$$\Delta T_{pc4} = 100,9 - 100 = 0,9\%$$

$$\Delta T_{pc5} = 101,8 - 100 = 1,8\%$$

г) Темп наращивания:

$$T_n = \frac{\Delta y_u}{y_0} \cdot 100\%$$

$$T_{n1} = \frac{1,9}{206,4} \cdot 100\% = 0,9\%$$

$$T_{n2} = \frac{1,9}{206,4} \cdot 100\% = 0,9\%$$

$$T_{n3} = \frac{1,3}{206,4} \cdot 100\% = 0,6\%$$

$$T_{n4} = \frac{1,9}{206,4} \cdot 100\% = 0,9\%$$

$$T_{n5} = \frac{3,9}{206,4} \cdot 100\% = 1,9\%$$

д) Абсолютное значение 1 % прироста: $a = \frac{y_{i-1}}{100\%}$.

$$a_1 = \frac{206,4}{100\%} = 2,064(m)$$

$$a_2 = \frac{208,3}{100\%} = 2,083(m)$$

$$a_3 = \frac{210,2}{100\%} = 2,102(m)$$

$$a_4 = \frac{211,5}{100\%} = 2,115(m)$$

$$a_5 = \frac{213,4}{100\%} = 2,134(m)$$

2. Взаимосвязь цепных и базисных показателей:

а) абсолютных приростов: $\Delta y_{\text{бн}} = \sum y_{\text{цн}}$.

$$\sum y_{\text{цн}} = 1,9 + 1,9 + 1,3 + 1,9 + 3,9 = 10,9 \quad \text{верно}$$

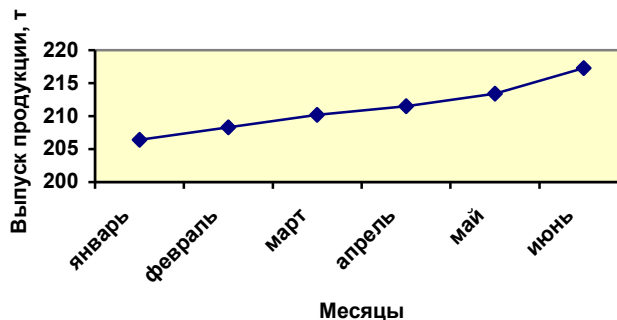
$$\Delta y_{\text{бн}} = 10,9$$

б) коэффициентов роста: $k_{\text{рбн}} = \prod k_{\text{рц}}$.

$$k_{\text{рбн}} = \frac{T_{\text{рбн}}}{100\%} = \frac{105,3}{100} = 1,053 \quad \text{верно}$$

$$\prod k_{\text{рц}} = 1,009 \cdot 1,009 \cdot 1,006 \cdot 1,009 \cdot 1,018 = 1,053$$

3. Графическое построение исходных данных:



5. Одной из важнейших задач статистики является определение в рядах динамики основной тенденции развития.

Основной тенденцией развития (трендом) называется плавное и устойчивое изменение уровня явления во времени, свободное от случайных колебаний.

Для выявления тенденции в рядах динамики используют специальные методы:

1. *Метод укрупнения интервалов* — предполагает переход от первоначального динамического ряда к рядам с большими временными промежутками, например, данные за каждый месяц года заменяют квартальными, годовые — пятилетними и т.д.

2. *Метод скользящей средней* – состоит в замене фактических значений показателя их усредненными величинами, расчет которых проводят путем последовательного смещения начала отсчета на единицу времени (скольжения), т.е. постепенно исключают из интервала первые уровни и включают последующие. Полученная средняя относится к середине укрупненного интервала.

Наиболее часто на практике применяются трехчленные средние:

$$\bar{y}_t = \frac{y_{t-1} + y_t + y_{t+1}}{3}.$$

Полученный таким образом сглаженный ряд более четко выражает основную тенденцию развития изучаемого явления.

3. *Метод аналитического выравнивания* – заключается в том, что находится уравнение $\hat{y}_t = f(t)$, график которого наилучшим образом отражает основную тенденцию ряда динамики.

Аналитическое выравнивание позволяет не только определить основную тенденцию развития явления во времени, но и выполнять расчеты для таких периодов, по которым нет информации. При этом нахождение недостающих данных внутри динамического ряда называется *интерполяцией*, а нахождение значений за пределами анализируемого периода (т.е. в будущем) называется *экстраполяцией*.

6. **Пример.** Известны следующие данные о реализации кондитерских изделий торговым предприятием города:

Месяцы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Объем продаж (тыс. руб.)	32	48	53	46	68	75	56	77	98	69	85	92

1. Произведите выравнивание ряда для выявления основной тенденции реализации продукции.

2. Постройте графическое изображение исходного и выровненного рядов динамики.

3. Сделайте прогноз реализации продукции в 13 месяце, учитывая, что полученная тенденция отражается уравнением $\hat{y}_t = 35,38 + 4,8 t$.

Решение

Применим к исходным данным метод трехчленной скользящей средней. Результаты расчетов внесем в таблицу.

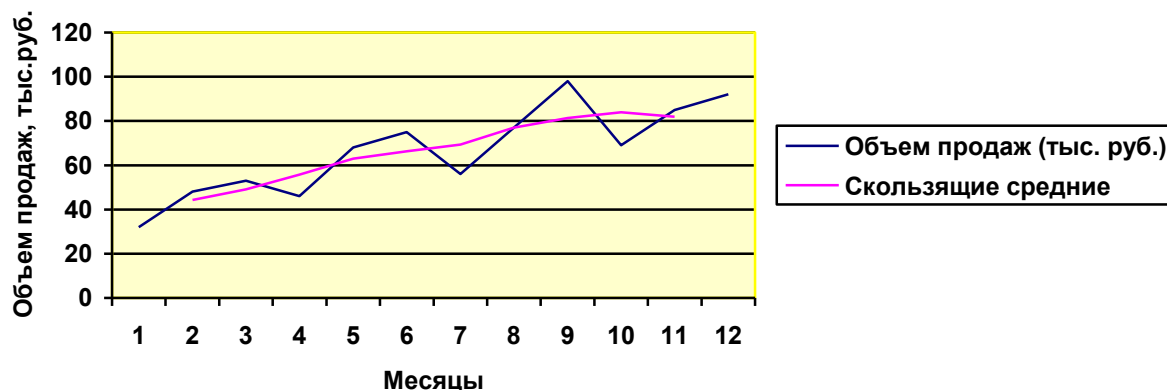
Месяцы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Объем продаж (тыс. руб.)	32	48	53	46	68	75	56	77	98	69	85	92
Скользящие средние	-	44,3	49,0	55,7	63,0	66,3	69,3	77,0	81,3	84,0	82,0	-

$$\hat{y}_2 = \frac{32 + 48 + 53}{3} = 44,3$$

$$\hat{y}_3 = \frac{48 + 53 + 46}{3} = 49,0$$

и т.д.

В результате сглаживания получается ряд динамики, имеющий значительно меньшую колеблемость, чем исходные данные, что видно из графика.



Построим прогноз реализации продукции для 13 месяца на основе имеющегося уравнения $\hat{y}_t = 35,38 + 4,8 t$.

$$\hat{y}_{13} = 35,38 + 4,8 \times 13 = 97,78 \text{ (тыс. руб.)}$$

Задание к практической работе

Задача 1 (вариант 1,3,5,7,9,11)

Известны данные о продаже мясных консервов в одном из регионов за 2013 – 2017 гг.:

Год	2013	2014	2015	2016	2017
Консервы мясные, млн. усл. банок	891	806	1595	1637	1651

Определить:

- а) абсолютный прирост, темп роста, темп прироста, абсолютное значение 1% прироста;
- б) средний уровень продаж мясных консервов за 5 лет;
- в) среднегодовой темп роста и прироста продажи мясных консервов за 2013 – 2077 гг.

Задача 1 (вариант 2,4,6,8,10,12)

Используя взаимосвязь показателей динамики, определите уровни ряда динамики и недостающие цепные показатели:

Год	Производство продукции, млн. руб.	Цепные показатели			
		Абсолютный прирост, млн. руб.	Темп роста, %	Темп прироста, %	Абсолютное значение 1% прироста, млн. руб.
2012	92,5				
2013		4,8			
2014			104,0		
2015				5,8	
2016					
2017		7,0			1,15

Задача 2 (вариант 1,3,5,7,9,11)

Известны данные об объеме продаж продукции:

Годы	1	2	3	4	5
Объем продаж, т	113	107	115	120	122

1. Определите показатели ряда динамики (абсолютный прирост, темп роста, темп прироста, средний темп роста). Полученные показатели представьте в таблице и сделайте выводы.
2. Для выявления тенденции в развитии выровняйте ряд по методу скользящей средней. Постройте графики исходного и выровненного ряда.
3. Составьте прогноз на будущий год на основе среднего темпа роста.

Задача 2 (вариант 2,4,6,8,10,12)

На основе приведенных ниже данных определить среднюю численность промышленно-производственного персонала предприятия:

Дата	1.01	1.04	1.07	1.10
Численность персонала, чел.	670	695	704	708

Практическая работа Расчет индексов

Цель: усвоить и закрепить материал по теме, приобрести навыки по проведению анализа данных с помощью индексов и сформировать общие и профессиональные компетенции: ОК2, ОК3, ОК4, ОК5, ПК 1.5.

Последовательность выполнения практической работы

1. Ознакомиться с рекомендациями по выполнению расчетов и с содержанием задач.
2. Уяснить, какие показатели необходимо определить.
3. Выполнить необходимые расчеты и оформить их с подробным объяснением.
4. По результатам расчетов сделать выводы.

Рекомендации по выполнению задания

В экономических исследованиях часто приходится сопоставлять не только отдельные признаки, но и сложные явления, состоящие из разнородных элементов, которые непосредственно суммироваться не могут. Изменение таких явлений изучают с помощью индексов.

Индекс – это обобщающий показатель, который выражает соотношение величин какого-либо сложного явления во времени, в пространстве или дает сравнение фактических данных с любым эталоном (план, прогноз, норматив и т.д.).

В статистике индексы классифицируются по ряду признаков:

а) по содержанию изучаемых величин:

1. *Индексы количественных показателей* – все индексируемые показатели этих индексов являются объемными, т.е. характеризуют общий, суммарный размер (объем) изучаемого явления и выражаются абсолютными величинами. К таким индексам относятся, например, индекс физического объема промышленной продукции, розничного товарооборота, национального дохода и т.д.

2. *Индексы качественных показателей* – характеризуют уровень явления в расчете на ту или иную единицу совокупности. Например, индекс себестоимости единицы продукции, индекс заработной платы, индекс производительности труда, индексы цен и т.д. Они измеряют не общий объем, а интенсивность, эффективность явления или процесса.

б) по степени охвата единиц совокупности:

1. *Индивидуальные индексы* характеризуют изменение отдельных элементов сложного явления, например, показывает изменение количества или цен по какому-либо одному виду продукции. Он определяется путем деления величины показателя за отчетный период на величину этого же показателя за базисный период.

2. *Сводные (общие) индексы* отражают изменение всех элементов сложного явления, например, изменение физического объема продукции, включающей разнообразные товары.

3. *Субиндексы (групповые)* используются, если охватываются не все элементы сложного явления, а только их часть, например индексы физического объема продукции по отдельным отраслям промышленности, индексы цен по группам продовольственных и непродовольственных товаров.

в) по методам расчета общие индексы делят на:

1. *Агрегатные индексы* - сложные относительные показатели, которые характеризуют среднее изменение социально-экономического явления, состоящего

из несоизмеримых элементов. Числитель и знаменатель агрегатного индекса представляют собой сумму произведений двух величин, одна из которых меняется (индексируемая величина), а другая остается неизменной в числителе и знаменателе (вес индекса).

2. *Средние из индивидуальных* - делятся на арифметические и гармонические и являются производными, т.е. они получаются в результате преобразования агрегатных и индивидуальных индексов.

Для того чтобы рассчитать общий индекс, необходимо преодолеть несуммарность отдельных элементов изучаемого явления, это достигается путем введения в индекс дополнительного неизменного показателя, тесно связанного с индексируемой величиной. Этот показатель называется **весом агрегатного индекса**.

При выборе веса индекса руководствуются следующим **правилом**: если индекс количественный, то обычно используют вес базисного периода, а если качественный – то отчетного.

В международной статистике для построения индексов применяются следующие обозначения:

q – физический объем произведенной продукции (количество);

p – цена;

z – себестоимость;

1 – отчетный период;

0 – базисный период.

Рассмотрим построение самых распространенных индексов (табл. 6.1).

Таблица 6.1 - Основные формулы исчисления индивидуальных и сводных индексов

Наименование индекса	Формулы расчета индексов		
	Индивидуальный индекс	Агрегатный индекс	Средний индекс
Индекс физического объема продукции (по цене)	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$	1) с весами базисного периода: $I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$ 2) с весами текущего периода: $I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}$	1) средний арифметический: $I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$ 2) средний гармонический: $I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i_q} q_1 p_1}$
Индекс цен	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$	1) с весами базисного периода (по Ласпейресу): $I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$ 2) с весами отчетного периода (по Пааше): $I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$	1) средний арифметический: $I_p = \frac{\sum i_p p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$ 2) средний гармонический: $I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 q_1}$

Индекс стоимости продукции (товарооборота)		$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$ $I_{pq} = I_p \times I_q$	
Индекс себестоимости продукции	$i_z = \frac{z_1}{z_0}$	$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$	1) средний арифметический: $I_z = \frac{\sum i_z z_0 q_0}{\sum z_0 q_0}$ 2) средний гармонический: $I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_z} z_1 q_1}$
Индекс физического объема продукции (по себестоимости)	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$	$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}$	1) средний арифметический: $I_q = \frac{\sum i_q q_0 z_0}{\sum q_0 z_0}$ 2) средний гармонический: $I_q = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum \frac{1}{i_q} q_1 z_1}$
Индекс издержек производства		$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}$ $I_{zq} = I_z \times I_q$	
Индекс производительности труда	$i_w = \frac{t_0}{t_1}$	$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}$	$I_w = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum i_w t_1 q_1}$
Индекс физического объема продукции (по трудоемкости)	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$	$I_q = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0}$	1) средний арифметический: $I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$ 2) средний гармонический: $I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i_q} q_1 p_1}$
Индекс затрат времени на производство продукции		$I_{tq} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0}$ $I_{tq} = I_t \times I_q$	

Общие индексы показывают, на сколько процентов изменился размер индексируемой величины в отчетном периоде по сравнению с базисным. Для того чтобы рассчитать абсолютное изменение индексируемой величины, необходимо определить разность числителя и знаменателя соответствующего индекса.

Например, разность числителя и знаменателя индекса товарооборота показывает, на сколько денежных единиц увеличилась (уменьшилась)

стоимость продукции в текущем периоде по сравнению с базисным одновременно за счет изменения объема продаж и цен.

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0$$

Разность числителя и знаменателя индекса цен показывает экономию (перерасход) покупателей в абсолютном выражении в текущем периоде по сравнению с базисным за счет изменения цен.

$$\Delta_p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$$

Разность числителя и знаменателя индекса физического объема продукции показывает, как в абсолютном выражении изменилась стоимость продукции за счет изменения объема ее производства:

$$\Delta_q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$$

Типовая задача 1

Известны данные о продаже товаров на одном из рынков города:

Товар	Продано товаров		Цена, руб.	
	апрель	май	апрель	май
А, тыс. кг	68	62	32	33
Б, тыс. л	24	24	48	50
В, тыс. шт.	20	16	240	264

Определить:

- 1) изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным по каждому виду продукции;
 - 2) общее изменение цен на реализованную продукцию в относительном и абсолютном выражении;
 - 3) общее изменение количества реализованной продукции.
- Сделать выводы.

Решение

1) Определим изменение цен в отчетном периоде по сравнению с базисным по каждому виду продукции, т.е. индивидуальные индексы цен.

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

$i_{pA} = \frac{33}{32} = 1,03$ или 103%, т.е. цены на товар А в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличились на 3%.

$i_{pB} = \frac{50}{48} = 1,04$ или 104%, т.е. цены на товар Б в мае по сравнению с апрелем повысились на 4%.

$i_{pB} = \frac{264}{240} = 1,1$ или 110%, т.е. цены на товар В отчетном периоде по сравнению с базисным увеличились на 10%.

2) Определим общее изменение цен на реализованную продукцию, т.е. агрегатный индекс цен.

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{33 \cdot 62 + 50 \cdot 24 + 264 \cdot 16}{32 \cdot 62 + 48 \cdot 24 + 240 \cdot 16} = \frac{7470}{6976} = 1,07 \quad \text{или} \quad 107\%, \quad \text{т.е.} \quad \text{в}$$

относительном выражении цены на всю реализованную продукцию в мае по сравнению с апрелем в среднем увеличились на 7%.

В абсолютном выражении это изменение составило:

$$\Delta_p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 7470 - 6976 = 494 \text{ (тыс. руб.)}$$

Таким образом, из-за повышения цен на продукцию покупатели фактически перерасходовали 494 тыс. руб.

3) Определим общее изменение количества реализованной продукции, т.е. общий индекс физического объема.

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{6976}{68 \cdot 32 + 24 \cdot 48 + 20 \cdot 240} = \frac{6976}{8128} = 0,86 \quad \text{или} \quad 86\%, \quad \text{т.е.} \quad \text{объем}$$

реализованной продукции в среднем в отчетном периоде по сравнению с базисным снизился на 14%.

Типовая задача 2

Известны данные выпуска продукции строительного предприятия:

Вид продукции	Выпуск продукции в I квартале, млн. руб.	Изменение объема производства во II квартале по сравнению с I, %
Кирпич строительный	30	+10
Блоки фундаментные	25	-10
Плиты перекрытия	40	-25

Дайте сводную оценку изменения физического объема производства продукции.

Решение

Определим общее изменение физического объема продукции, т.е. сводный индекс физического объема.

Из условия следует, что индивидуальные индексы физического объема по видам продукции имеют следующие значения:

- для кирпича: $i_q = 1,1$ или 110%;
- для блоков: $i_q = 0,9$ или 90%;
- для плит: $i_q = 0,75$ или 75%.

Выпуск продукции в I квартале представляет собой произведение $q_0 p_0$.

Таким образом, индекс физического объема определим по формуле средней арифметической.

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{1,1 \cdot 30 + 0,9 \cdot 25 + 0,75 \cdot 40}{30 + 25 + 40} = \frac{85,5}{95,0} = 0,90 \quad \text{или} \quad 90\%, \quad \text{т.е.} \quad \text{объем}$$

производства во втором квартале по сравнению с первым уменьшился на 10%.

Индексный метод в статистике применяется также для изучения динамики качественных показателей, уровни которых выражены средними величинами. В этом случае используют систему взаимосвязанных индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов.

Индекс переменного состава характеризует изменение среднего уровня признака за счет влияния двух факторов:

- изменения значения осредняемого признака (x) у отдельных единиц совокупности;
- структурных изменений, под которыми понимается изменение доли отдельных единиц совокупности в общей их численности.

$$I_{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}$$

Индекс постоянного (фиксированного) состава отражает действие только первого фактора – изменение осредняемой величины, т.е. показывает средний размер изменения изучаемого признака у отдельных единиц совокупности:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1}$$

Индекс структурных сдвигов характеризует влияние изменения структуры изучаемой совокупности на динамику среднего уровня признака:

$$I_{cmp} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}$$

Между указанными индексами существует следующая взаимосвязь:

$$I_{\bar{x}} = I_x \times I_{cmp}$$

Типовая задача 3

Известны следующие данные о заработной плате работников по 3 отраслям экономики города:

Отрасль экономики	Зарплата, руб.		Число работников, чел.	
	январь	июнь	январь	июнь
Здравоохранение	6000	7000	2400	1600
Образование	5500	6200	2100	2000
Культура	5100	5900	1500	1400

Определить индексы заработной платы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов.

Решение

1. Для определения индекса заработной платы переменного состава вначале определим средний размер заработной платы по трем отраслям для января и июня.

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{6000 \cdot 2400 + 5500 \cdot 2100 + 5100 \cdot 1500}{2400 + 2100 + 1500} = \frac{33600000}{6000} = 5600(\text{руб.}) - \text{средняя}$$

заработная плата в январе;

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} = \frac{7000 \cdot 1600 + 6200 \cdot 2000 + 5900 \cdot 1400}{1600 + 2000 + 1400} = \frac{31860000}{5000} = 6372(\text{руб.}) - \text{средняя}$$

заработная плата в июне.

Определим индекс переменного состава:

$$I_{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{6372}{5600} = 1,14 \text{ или } 114\%.$$

Следовательно, средняя заработная плата работников по трем отраслям экономики в июне по сравнению с январем увеличилась на 14%. При этом изменение происходило под влиянием двух факторов: изменения уровня заработной платы в каждой отрасли и изменения структуры численности работников.

2. Вычислим индекс заработной платы постоянного состава:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = 6372 \div \frac{6000 \cdot 1600 + 5500 \cdot 2000 + 5100 \cdot 1400}{5000} = \frac{6372}{5548} = 1,15 \quad \text{или}$$

115%.

Таким образом, средняя заработная плата работников по данным отраслям в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась на 15% в результате изменения только одного фактора – самой заработной платы, без учета структурных изменений численности работников в каждой отрасли.

3. Определим индекс структурных сдвигов:

$$I_{стр} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{5548}{5600} = 0,99 \text{ или } 99\%.$$

Следовательно, несмотря на то, что в каждой отрасли в отдельности заработная плата увеличилась, средняя заработная плата работников по трем отраслям вместе уменьшилась на 1% в результате того, что изменилась структура численности работников: увеличилась доля работников с меньшей заработной платой.

Задание к практической работе

Задача 1 (вариант 1,3,5,7,9,11)

Известны следующие данные о продаже товаров на рынках города:

Товар	Продано, т		Средняя цена товара, руб.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
А	20	25	100	120
Б	60	50	300	450

Определить:

- 1) индивидуальные индексы цен объема продажи товаров;
- 2) общие индексы: а) товарооборота; б) цен; в) физического объема;
- 3) абсолютное изменение товарооборота по двум товарам вследствие изменения: а) цен; б) объема продажи.

Сделать выводы.

Задача 1 (вариант 2,4,6,8,10,12)

Известны следующие данные о продаже товаров в розничной торговле города:

Товар	Продано, т	Средняя цена	Индекс цен в
-------	------------	--------------	--------------

	Базисный период	Отчетный период	продажи 1 кг товара в базисном периоде, руб.	отчетном периоде к базисному, %
А	20	20,4	100	115
Б	46	43,7	50	120
В	6	4,2	120	150

Определить:

- 1) индексы физического объема продаж по каждому товару;
- 2) сводные индексы: физического объема, цен и товарооборота;
- 3) абсолютный прирост товарооборота за счет изменения: а) цен; б) объема продажи товара.

Сделать выводы.

Задача 2 (вариант 1,3,5,7,9,11)

Затраты на производство продукции на предприятии характеризуются следующими данными:

Вид продукции	Затраты на производство продукции в отчетном месяце, тыс. руб.	Индексы себестоимости единицы продукции, %
А	770	110
Б	490	98

Определить:

- 1) общий индекс себестоимости продукции и абсолютный прирост (снижение) затрат в связи с изменением себестоимости единицы продукции;
- 2) общий индекс физического объема продукции, если известно, что затраты на продукцию за прошедший период возросли на 15,5%.

Задача 2 (вариант 2,4,6,8,10,12)

Известны данные о продаже товаров в районе:

Товарные группы	Продано товаров в 2006 г., млн. руб.	Прирост количества продажи в 2007 г. к 2006 г., %
1	700	+10
2	1000	+20
3	800	Без изменения

Определить:

- 1) общий индекс физического объема;
- 2) абсолютный прирост стоимости проданных товаров за счет изменения количества продажи товаров.

Сделать выводы.

Задача 3 (вариант 1,3,5,7,9,11)

Известны данные о продаже продуктов в городе:

Товар	Товарооборот, тыс. руб.		Индекс цен в отчетном периоде к базисному, %
	Базисный период	Отчетный период	
Овощи	160	272	80

Молочные продукты	240	228	120
-------------------	-----	-----	-----

Определите:

- 1) общий индекс товарооборота;
- 2) общий индекс цен: Паше и Ласпейреса, поясните их результаты;
- 3) общий индекс физического объема;
- 4) покажите взаимосвязь исчисленных индексов.

Задача 3 (вариант 2,4,6,8,10,12)

Известны данные об одном из цехов предприятия:

Изделие	Март		Апрель	
	Изготовлено, шт.	Затрачено чел.-ч.	Изготовлено, шт.	Затрачено чел.-ч.
А	1600	800	1000	500
Б	400	600	2000	2000

Определите индивидуальные, сводный и средний индекс производительности труда рабочих.